

マクロ粒子法によるSPring-8 RFgunシミュレーションの 精度検証と課題

JASRI/SPring-8

水野 明彦

2006.12.7 高輝度電子銃シミュレーション研究会

Contents

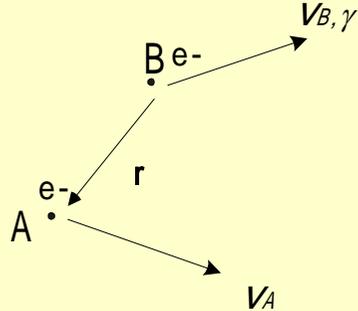
1. シミュレーションコードの特徴
2. 解析的なシミュレーションコードの検証
3. エミッタンスは実験と一致するか？
4. 粒子数の問題
5. カソード近傍の取り扱い
6. クワイエットスタート
7. 電荷量に応じて粒子数を増加させると
8. まとめ

1. シミュレーションコードの特徴

- ・3次元である。
任意の非対称性、(cavity、入射レーザープロファイル等)を計算できる。
- ・マクロ粒子を用いて、各粒子の相互作用を全て計算。

この仮定は重要！！

粒子の相互作用



$$\mathbf{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma^2} \frac{-e\mathbf{r}}{\left[|\mathbf{r}|^2 - \frac{|\mathbf{v}_B \times \mathbf{r}|^2}{c^2}\right]^{3/2}} \quad \mathbf{B}_A = \frac{1}{c^2} \mathbf{v}_B \times \mathbf{E}_A$$

$$\mathbf{F}_A = -e(\mathbf{E}_A + \mathbf{v}_A \times \mathbf{B}_A)$$

計算上の仮定は、2点のみ。

- ・粒子Bは、等速直線運動をしている。
- ・粒子はマクロ電子である。

運動方程式の扱い

$$-e(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E}) = \frac{d\mathbf{P}}{dt} = m_0 \frac{d(\gamma\mathbf{v})}{dt} \longrightarrow \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{\gamma m_0} \left(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E})}{c^2} \mathbf{v} \right)$$

Runge-Kutta method

仮定が少ないから
精度がよいであろう。

- ・エミッタンスは、各マクロ粒子の6次元パラメータを元に以下のように算出

$$\varepsilon_x = \beta\gamma\sqrt{\langle x^2 \rangle \langle x'^2 \rangle - \langle x \cdot x' \rangle^2}$$

- ・空間電荷以外の電磁場について

- ソレノイド磁場はコード内で計算
- カソード鏡像効果はコード内で計算
- Cavityの電磁場はMAFIA等で計算してコードに挿入
 - cavityのウェークは計算していない。

2. 解析的なシミュレーションコードの検証

Envelop equation

Lawson's equation

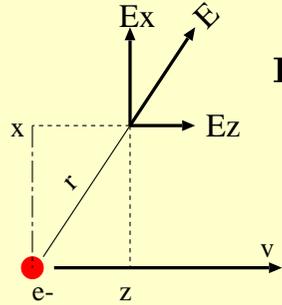
$$\frac{d^2 r}{dz^2} = \frac{eI}{2\pi\epsilon_0 m_0 C^3 \gamma^3 \beta^3} \cdot r$$

CWビームを仮定しており、短バンチ
ビームへの適用は困難。

短バンチ、低エネルギービームにも適用できる式を導出すると、

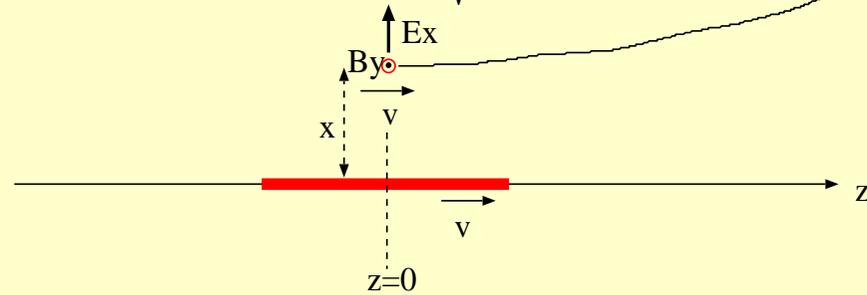
Transverse 方向

Pencil beam を仮定



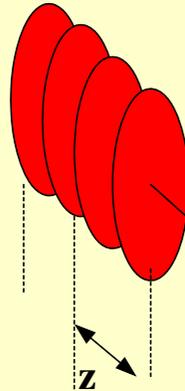
$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma^2} \frac{-e\mathbf{r}}{\left[|\mathbf{r}|^2 - \frac{|\mathbf{v}\times\mathbf{r}|^2}{c^2}\right]^{3/2}}$$

$$E_x = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 x} \frac{1}{\sqrt{\frac{l^2}{4} + \frac{x^2}{\gamma^2}}}$$



Longitudinal 方向

円柱ビームを仮定



$$E_z = \frac{\rho}{2\epsilon_0} \left(\sqrt{4z^2 + \frac{R^2}{\gamma^2}} - \frac{R}{\gamma} - 2z \right)$$

ビーム重心が s

Envelop equation

電子の運動方程式を解いて

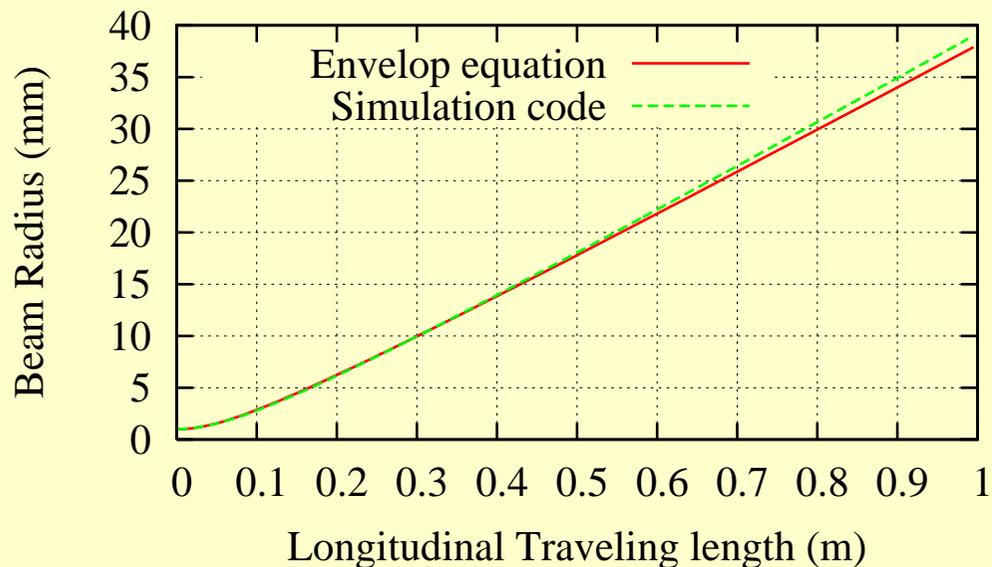
$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{\gamma m_0} \left(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E})}{c^2} \mathbf{v} \right)$$

$$\begin{cases} \frac{d^2 x}{ds^2} = \frac{eQ}{4\pi\epsilon_0 m_0 c^2 \gamma^3 \beta^2 x} \frac{1}{\sqrt{z^2 + \frac{x^2}{\gamma^2}}} \\ \frac{d^2 z}{ds^2} = -\frac{eQ}{4\pi\epsilon_0 m_0 c^2 \gamma^3 \beta^2 x^2 z} \left(\sqrt{4z^2 + \frac{x^2}{\gamma^2}} - \frac{x}{\gamma} - 2z \right) \end{cases}$$

freespaceにおけるシミュレーションとenvelop equationの比較

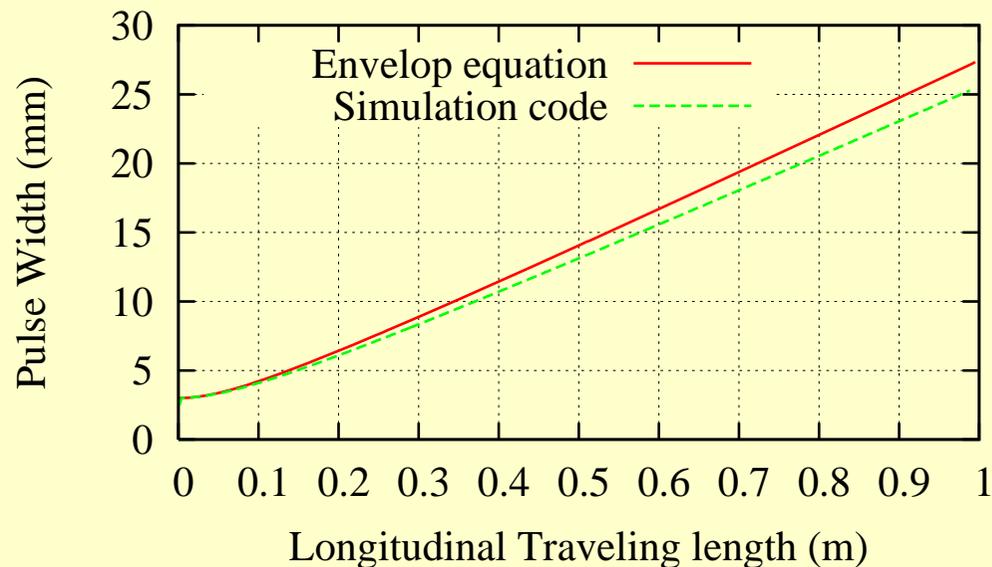
Transverse方向

Energy = 1 MeV, $\phi = 2$ mm, pulse width = 3 mm



Longitudinal方向

Energy = 1 MeV, $\phi = 2$ mm, pulse width = 3 mm



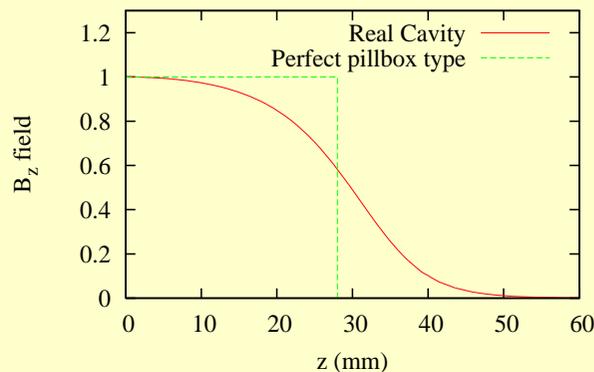
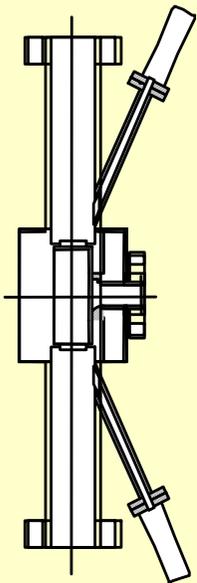
良く一致している。

RFGun空胴での加速も含めたenvelop equation

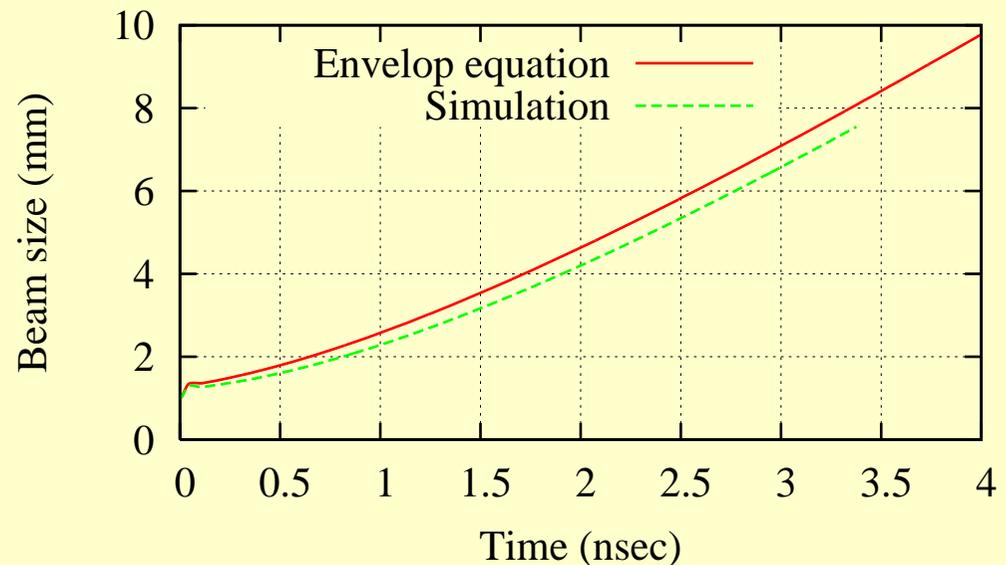
$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{eQ}{4\pi\epsilon_0 m_0 \gamma^3 x} \frac{1}{\sqrt{\frac{l^2}{4} + \frac{x^2}{\gamma^2}}} + \frac{e\beta c}{\gamma m_0} B_{y.rf} + \frac{e\beta}{\gamma m_0 c} E_{z.rf} \cdot \frac{dx}{dt} \quad \text{Transverse方向の方程式}$$

$$\begin{cases} E_{x.rf} &= E_0 \cos(\omega t - \phi) \\ B_{y.rf} &= -\frac{r}{2c^2} \omega E_0 \sin(\omega t - \phi) \\ \beta(t) &= \frac{\frac{e}{m_0} E_0 (\sin(\omega t - \phi) + \sin \phi)}{\sqrt{c^2 \omega^2 + \left(\frac{e}{m_0} E_0\right)^2 (\sin(\omega t - \phi) + \sin \phi)^2}} \\ \gamma(t) &= \frac{1}{\sqrt{1 - \beta(t)^2}} \end{cases}$$

エネルギー分布を微分方程式に反映させるのが難しいため、Longitudinal方向はシミュレーションと一致しない。



Energy = 0-3.6 MeV, $\phi = 2$ mm, pulse width = 3mm

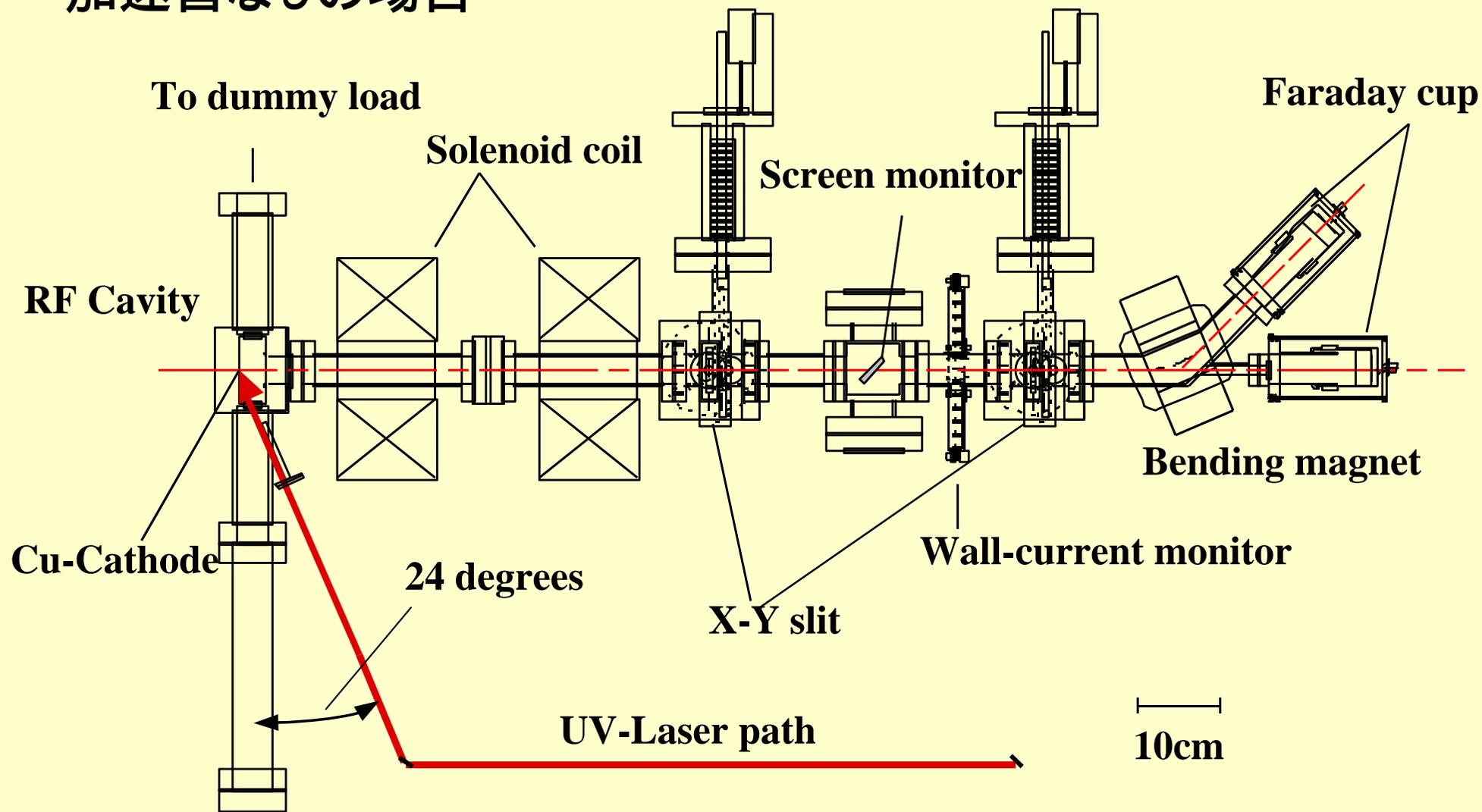


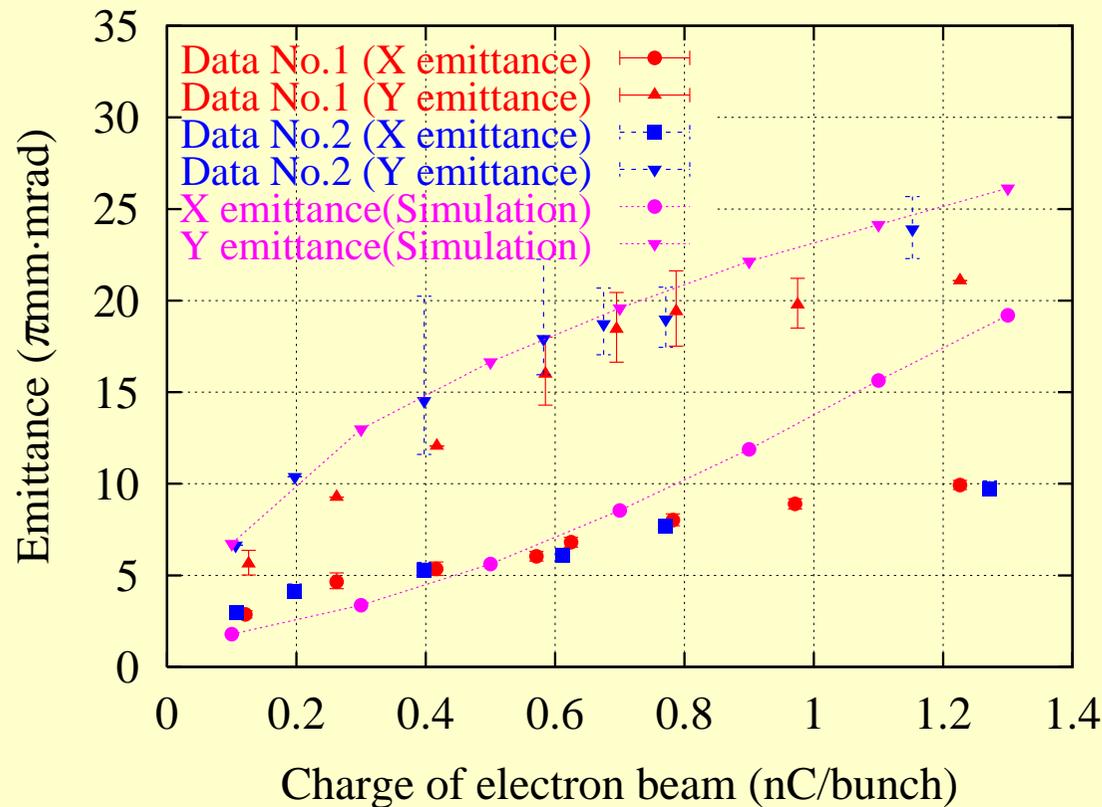
実際のcavityはビーム出口側のB_zが弱くなっている。これを微分方程式で計算するのは難しいため、cavityは全くポートのない完全なpillbox型と仮定する。

良く一致している。

3. エミッタンスは実験と一致するか？

加速管なしの場合



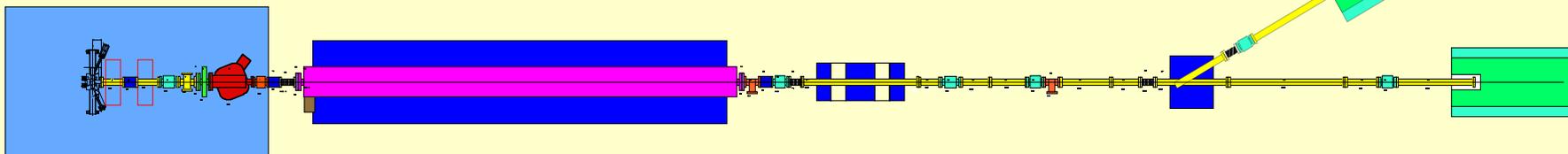


Parameters (for both experiment & our simulation)

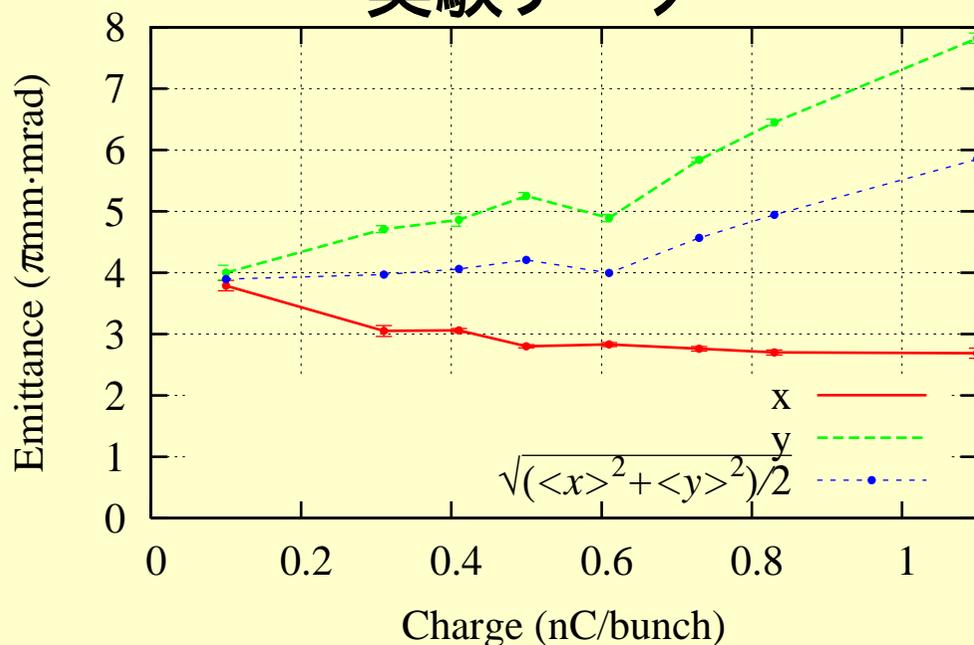
- Maximum field on the cathode **135 MV/m**
- Initial RF phase **85 degree**
- First solenoid coil **1560 Gauss**
- Second solenoid coil **780 Gauss**
- Laser incident angle **66 degrees**
- Laser spot distribution **Gaussian like figure**
- Laser spot radius **0.3 mm (1σ)**
- Laser temporal length **5 ps (FWHM)**

- ・概ね0.8nC/bunch以下では計算と実験は一致？
- ・レーザー斜め入射の効果は説明できている。
- ・0.8nC/bunch以上では、一致しているとは言いがたい。
- ・エミッタンスのCharge量依存性が、実験と計算で若干違う。

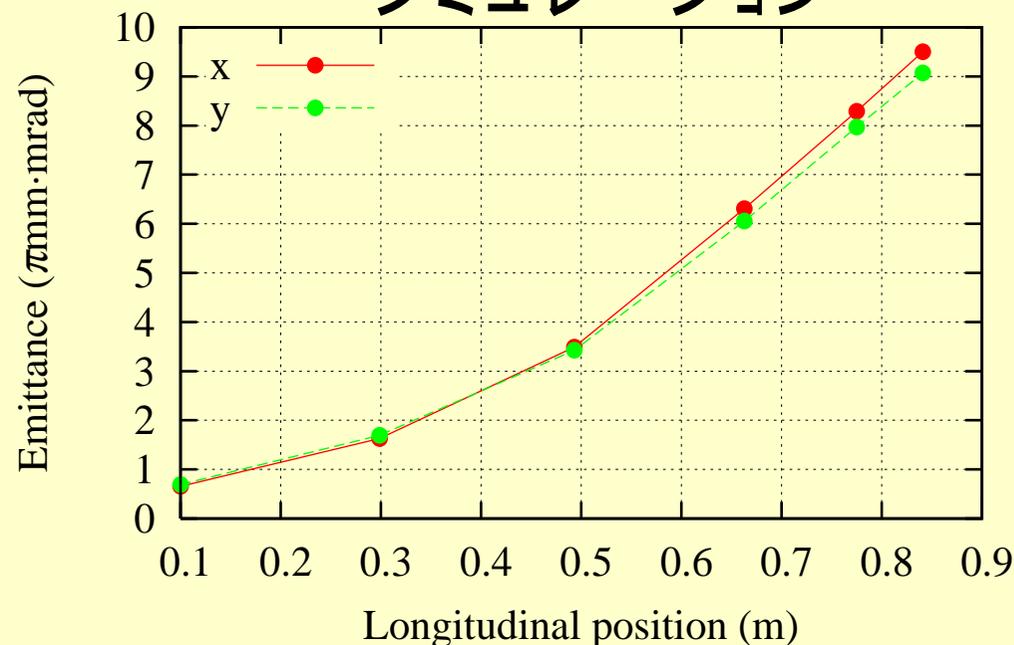
加速管を含めた場合



実験データ



シミュレーション



- X, Yの非対称性
- エミッタンスの電荷量依存性が実験とシミュレーションで大きく異なる。
- シミュレーションは、エミッタンスを実際よりも大きく見積もっているのでは？

ビームサイズは？ cavity内部も含めて理論式とほぼ一致。

しかし

- シミュレーションではエミッタンスの値が実際よりも大きく計算される。
- エミッタンスの電荷量依存性が実験とシミュレーションで異なる。

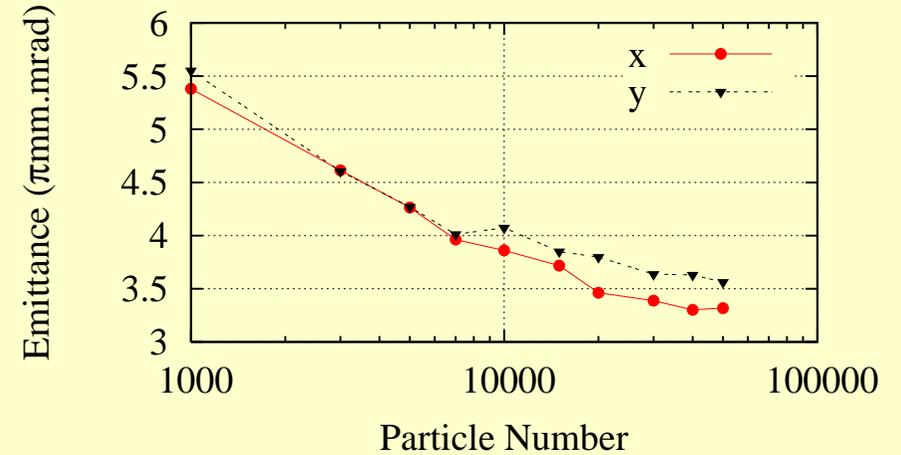
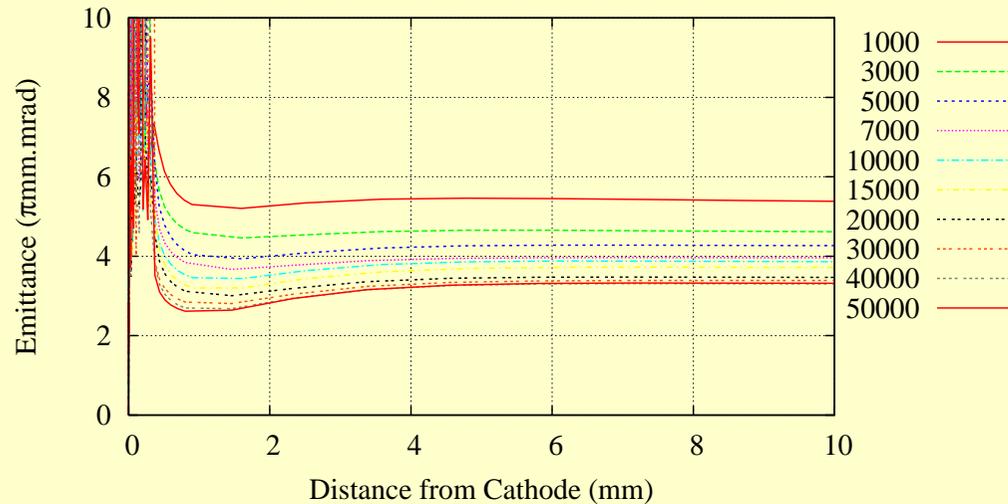


原因は？

- エミッタンスが実際よりも大きく計算されるのは
 - 粒子数の問題？
 - カソード近傍における計算方法の問題？
 - クワイエットスタートを採用すべき？
- エミッタンスの電荷量依存性については
 - 電荷量に応じて粒子数を増加させるべき？

4. 粒子数の問題

Charge : 1 nC/bunch
 Beam radius : 16 mm uniform
 Bunch length : 20 ps



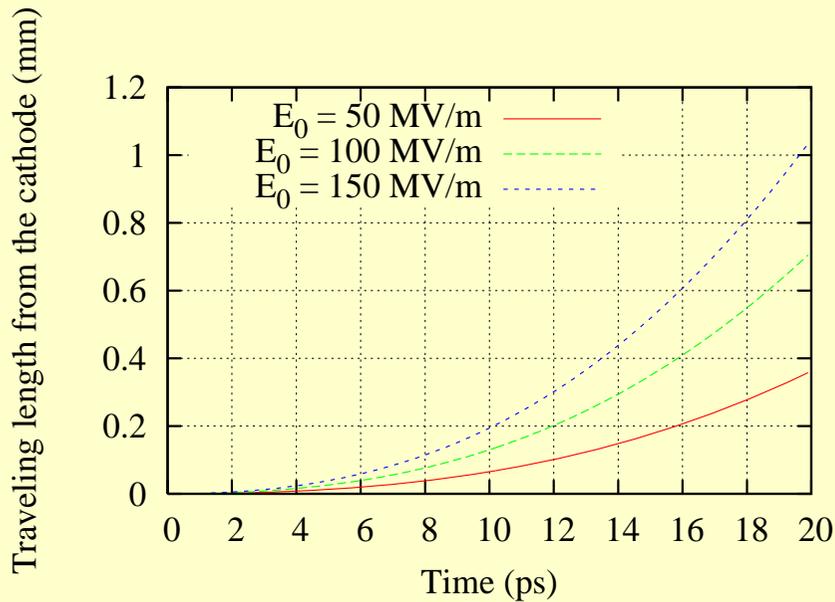
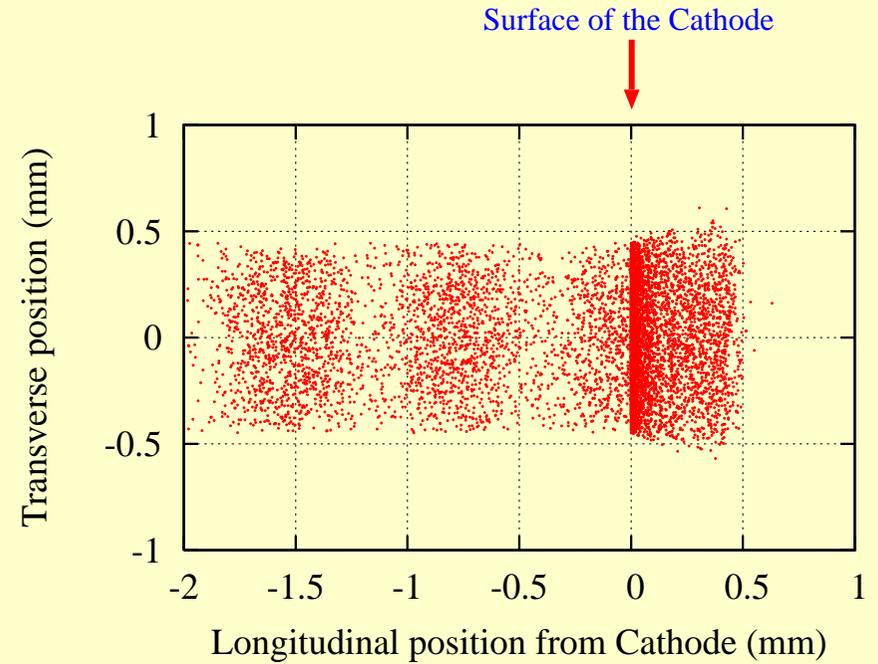
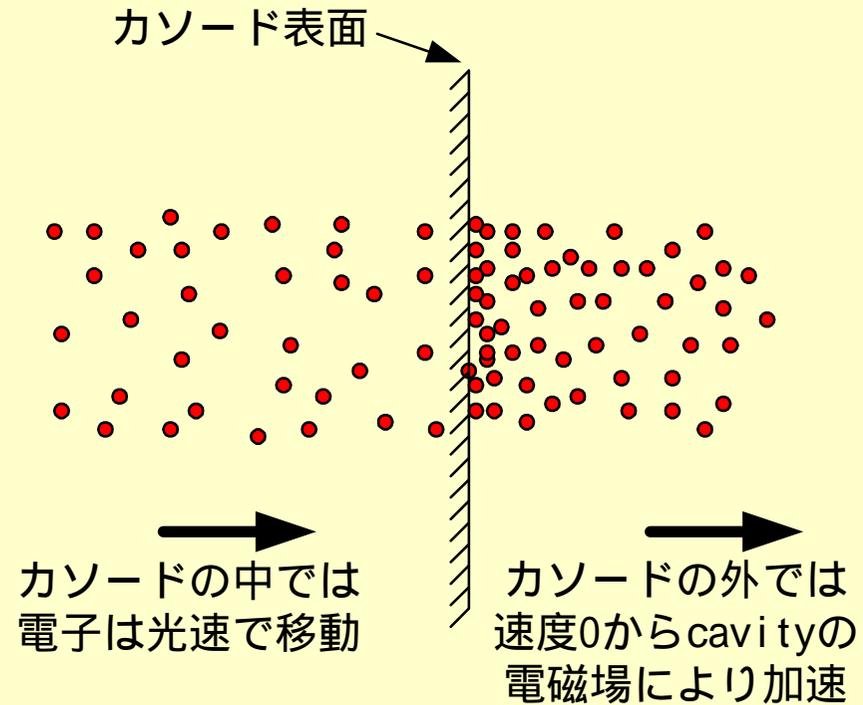
- ・通常は粒子数5000個で計算を行っているが、数万個まで収束しない。
- ・50000個でカソードから10mmの計算 17時間
- ・例えば、Grape等使えないか?? $\mathbf{v} \times \mathbf{r}$ のtermがあり、現状困難。

$$\mathbf{E}_A = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma^2} \frac{-e\mathbf{r}}{\left[|\mathbf{r}|^2 - \frac{|\mathbf{v}_B \times \mathbf{r}|^2}{c^2} \right]^{3/2}}$$

世界レベルでの実験結果では1nCで1 内外の結果が出ているが、この計算では3 止まり。原理的にこれ以上エミッタンスは小さくならない。

→ カソード直後の計算に問題がある？

5. カソード近傍の取り扱い



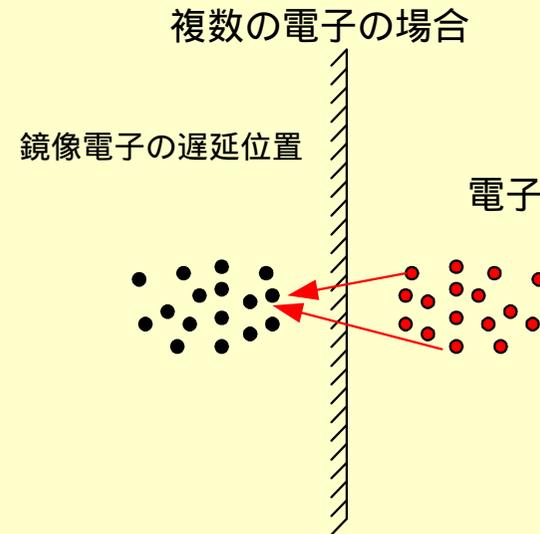
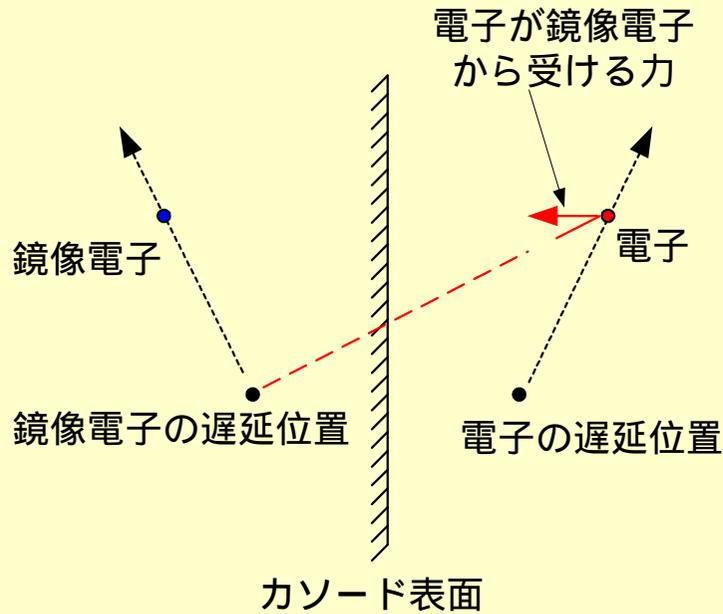
$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{e}{\gamma m_0} \left(\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E} - \frac{(\mathbf{v} \cdot \mathbf{E})}{c^2} \mathbf{v} \right)$$

$$\downarrow$$

$$v(t) = -\frac{E_e (\sin(\omega t - \phi) + \sin \phi)}{\sqrt{c^2 \omega^2 + E_e^2 (\sin(\omega t - \phi) + \sin \phi)^2}} \cdot c$$

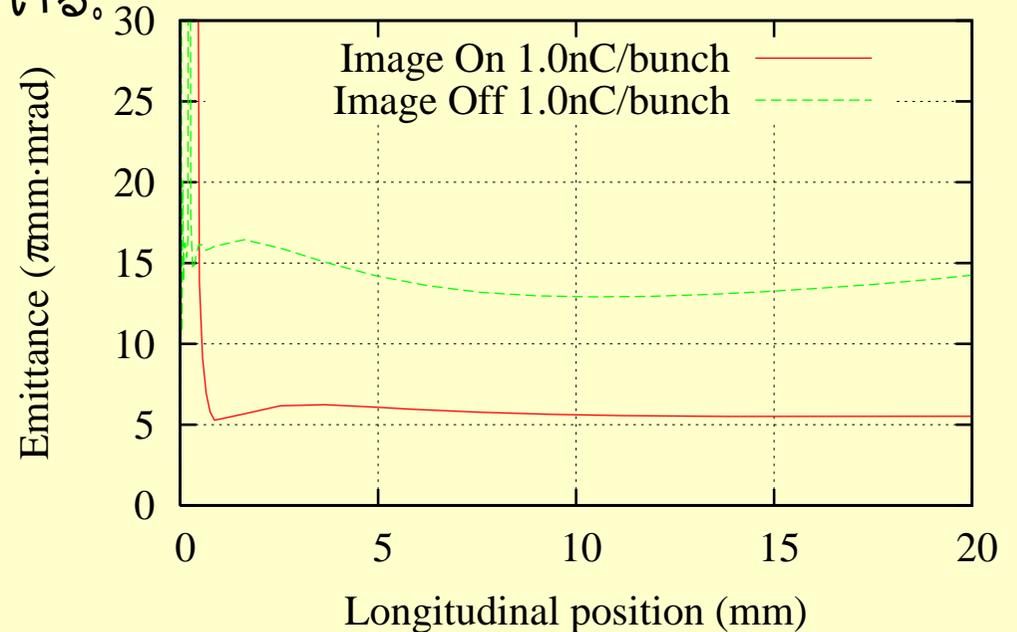
カソード付近でのバンチ長は非常に短くなる。この意味でも、カソード近傍の正確な計算が重要。

イメージチャージの計算方法

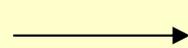
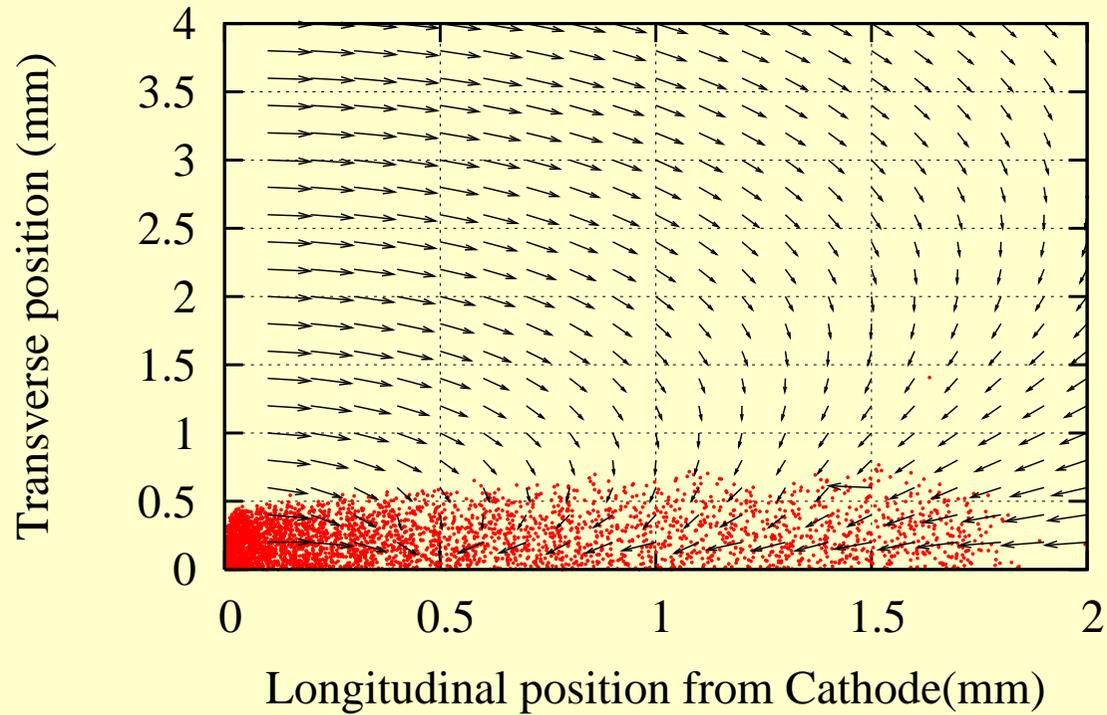


イメージチャージの遅延位置の計算において、イメージチャージが等速直線運動することを仮定している。

イメージチャージによって、初期エミッタンスは低減される。
(イメージチャージによりradial方向の運動量が減少する。)



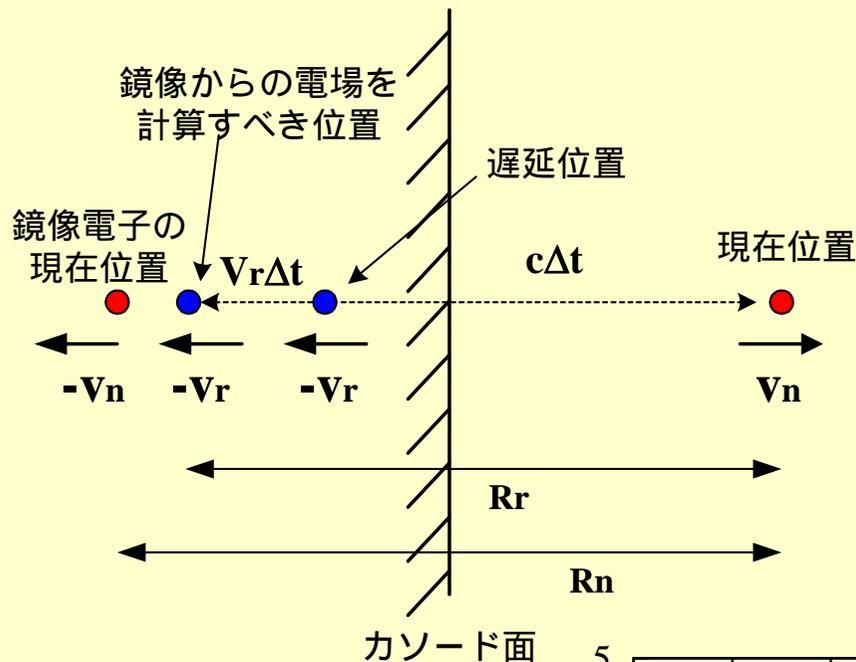
カソードに対し、電場が垂直となっている



鏡像はまともに計算できている。

カソード近傍での計算の精度を上げるために、

電子が等速直線運動を行っている、という仮定を外す試み



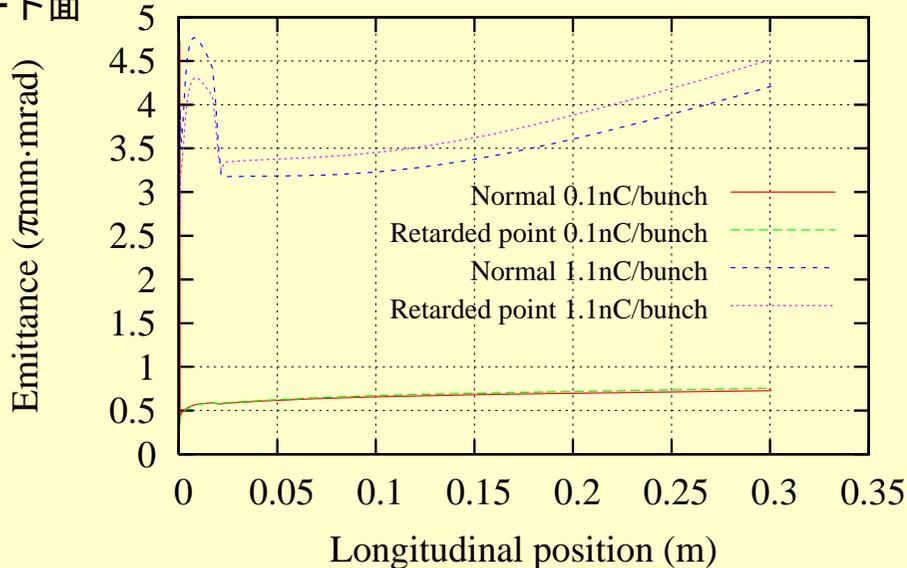
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma_n^2} \frac{eR_n}{\left[|R_n|^2 - \frac{V_n \times R_n|^2}{c^2}\right]^{3/2}}$$

私のコードでの
通常の方法

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\gamma_r^2} \frac{eR_r}{\left[|R_r|^2 - \frac{V_r \times R_r|^2}{c^2}\right]^{3/2}}$$

等速直線運動の
仮定を外した場合

RF電場中で計算するのは難しいので
DC電場中で計算



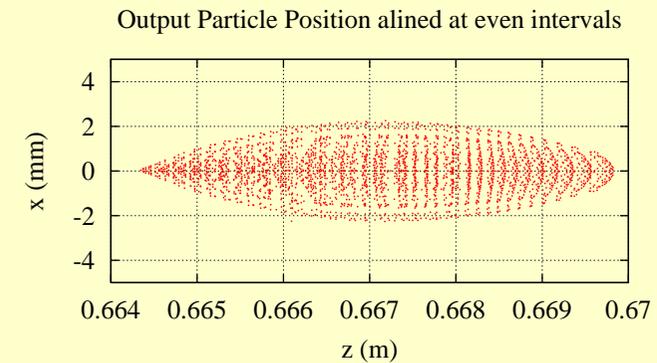
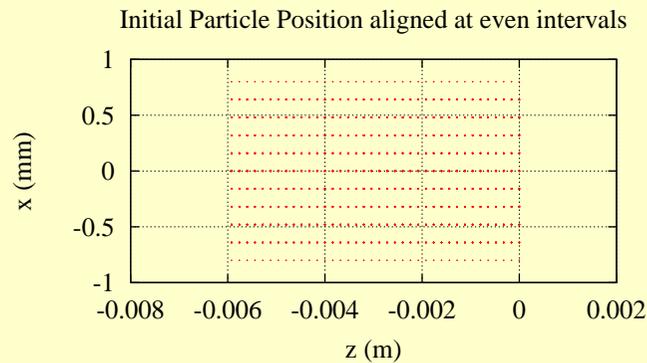
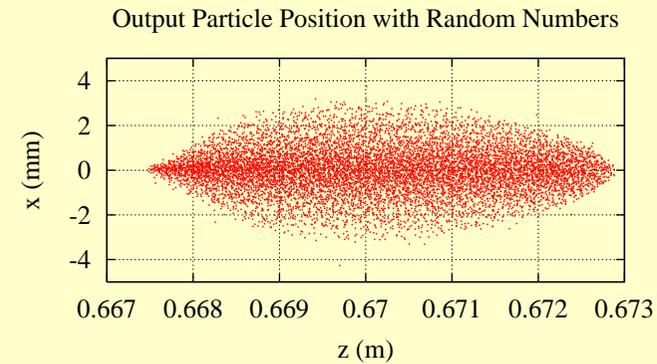
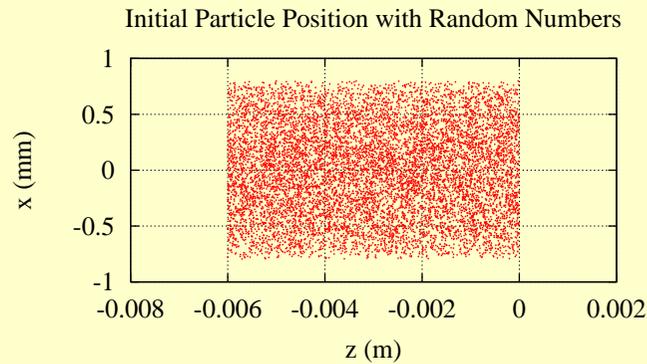
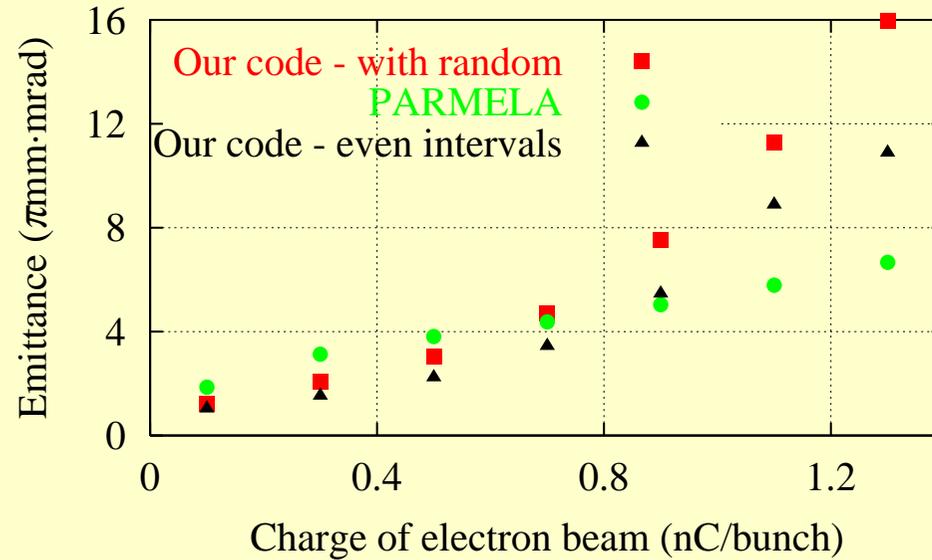
カソード付近では電子の速度が大きく変化するので、遅延位置を正確に計算することに意味があると考えていたが、エミッタンスに大きな寄与はなさそうである。

6. クワイエットスタート

乱数で粒子の位置を与えるとノイズが増えるので、規則正しく初期位置を与えたほうが良い??

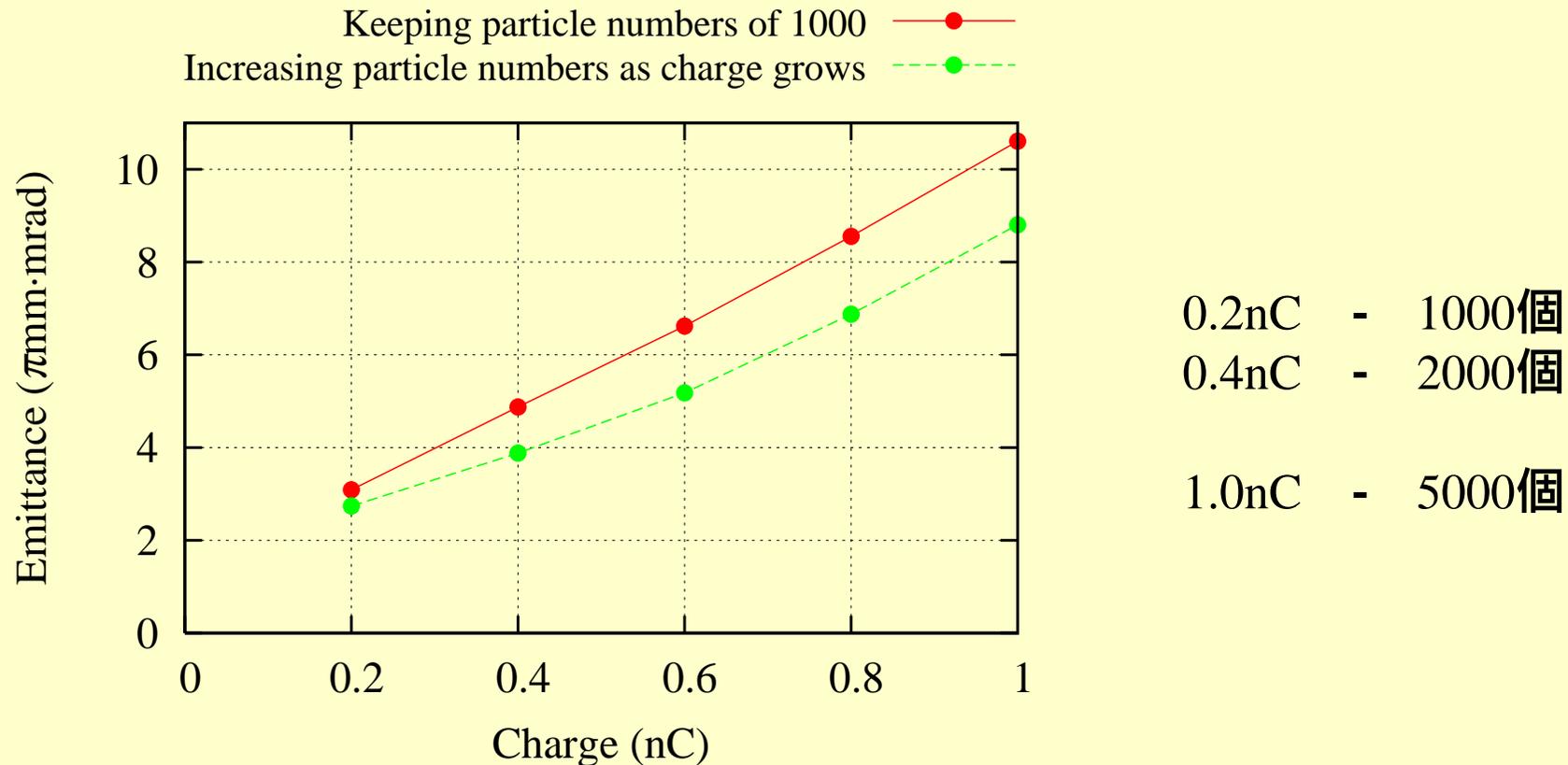


絶対値は小さくなるが、電荷量依存性等は変わらない。



7. 電荷量に応じて粒子数を増加させると

エミッタンスの電荷量依存性を評価する際、粒子数を一定にして計算を行っていたが、実際には、電荷量が多い場合は電子数が多い。したがって、シミュレーションでも粒子数を電荷量に比例して増やしてみてもどうか？



エミッタンスの電荷量依存性は傾きが緩やかになるが、実験とは、まだかけ離れている。

エミッタンスの電荷量依存性が実験と異なる事実は、エミッタンス増大を抑制する何かの境界条件を計算していないからではないか？

私のコードでは、Weak Fieldの計算を行っていない。。。

8. まとめ

- Spring-8のRFGun用にマクロ粒子法による3次元シミュレーションコードを開発した。
- ビームエンベロープについては、解析的な微分方程式と良く一致する。
- 計算されるエミッタンスの値は、実際の実験値よりも大きいようである。
- エミッタンスの電荷量依存性が、実際とは異なる。

- 上記原因について
 - カソード近傍の計算法を検証した。
 - クワイエットスタートを検証した。
 - 電荷量に応じて、粒子数の最適化を行った。

- エミッタンスの電荷量依存性は大きく変わらない。

- まだコードに取り入れていない効果、例えば空洞のウェークフィールド等が大きな影響を及ぼしているかもしれない。